

Il concetto di Total Error Budget

Ulisse Munari

INAF, Istituto Nazionale di Astrofisica,
Osservatorio Astronomico di Padova, sede di Asiago

Riassunto. *Questo documento si prefigge di illustrare, telescopio per telescopio e banda per banda o colore per colore, come le osservazioni raccolte da ANS Collaboration tra il 2005 ed il 2011 si distribuiscono in funzione dell'errore. Le distribuzioni vengono presentate separatamente per la componente Poissoniana dell'errore (quanto bene la magnitudine strumentale della variabile e' stata determinata), e per la componente legata alla trasformazione dal sistema locale al sistema standard (quanto bene la retta e' in grado di trasformare la magnitudine strumentale nella magnitudine del sistema standard). Infine vengono presentate le distribuzioni per il total error budget, cioe' l'errore finale complessivo ottenuto dalla combinazione quadratica delle due precedenti componenti di errore. Il goal del documento e' fornire per ciascun telescopio un metro semplice e diretto di valutazione se il modus operandi per il 2005-2011 e' adatto a raggiungere il goal di un total error budget ≤ 0.012 per il Data Dump 2012 (come definito in ANS Collaboration FAQ N-002), oppure necessita di un adeguamento.*

Il total error budget vuole rappresentare la combinazione dell'errore con il quale si misura la variabile (e come il suo cielo, dark etc. entrano in questa misura, la componente Poissoniana) e dell'errore con il quale si trasforma il sistema locale al sistema standard (l'accuratezza della calibrazione con le rette).

L'espressione approssimata dell'errore sulla magnitudine della variabile valida quando questo errore e' piccolo (una piu' completa sará usata nella ANS Collaboration FAQ N-002), e che chiamiamo errore Poissoniano, e

$$\epsilon(Poisson) = \frac{\sqrt{\Gamma_{star} + n_{pix}(\Gamma_{sky} + \Gamma_{dark} + \theta RON^2)}}{\Gamma_{star}} \quad \text{mag} \quad (1)$$

dove Γ_{star} , Γ_{sky} , Γ_{dark} sono gli elettroni liberati dalla stella, dal cielo e dal dark entro l'apertura fotometrica che contiene n_{pix} pixels, RON e' il read-out-noise del CCD e θ e' numero di sott-esposizioni sommate per fare l'esposizione totale della data banda. Nel report in uso l'errore Poissoniano (o meglio quello calcolato con una formula piu' accurata ma che da un risultato simile) e' dato in colonna 15, quella immediatamente seguente il valore della magnitudine.

La componente dell'errore legata alla trasformazione dal sistema locale al sistema standard (attraverso le rette), ha una espressione matematica piuttosto complicata, specie se la variabile ha un colore *esterno* a quello coperto dalle stelle della sequenza, e se queste coprono un grande intervallo di luminosita', cosi' che ve ne siano sia di esposte molto poco e sia di esposte molto bene (e ovviamente non sature). Se pero' come consuetudine, la variabile ha un colore all'interno di quelli coperti dalle standard, queste sono uniformemente distribuite in colore, sono tutte ben esposte e sono in numero ≥ 7 , allora la componente di errore legata alla trasformazione dal sistema locale a quello standard si puo' semplificare a

$$\epsilon(retta) = \sigma/\sqrt{N} \quad \text{mag} \quad (2)$$

dove σ e' la dispersione (in magnitudini) delle stelle standard rispetto alla retta che le interpola, ed N e' il numero di stelle standard usate nel fittare la retta (colonne 24 e 16, rispettivamente, del report ANS attuale).

Trascurando tutte le altre componenti di errore dovuta alla qualita' della correzione per flat (che puo' essere alta se i flat sono pochi e poco esposti, oppure la vignettatura e i l'ombreggiatura dei grani di polvere importanti) o quella relativa al dark (usato un dark di qualita' non adeguata o temperatura sbagliata), o quella relativa alla forma dell'immagine stellare in funzione della posizione nel campo di vista (problema serio ad es. ad un fuoco Newton senza correttore e con stelle comate dalla distanza dal centro del campo di vista), definiamo come *espressione semplificata* del total error budget la seguente

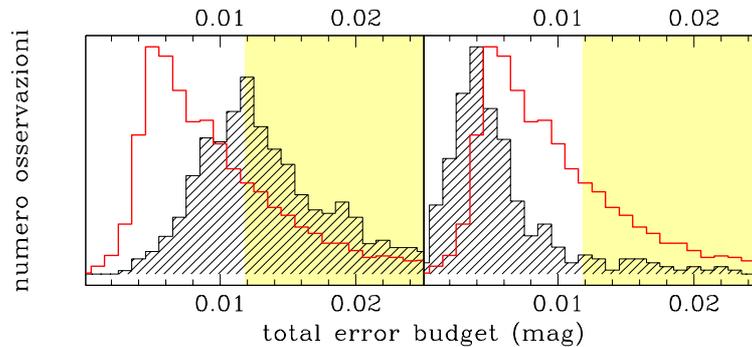
$$T.E.B. = \sqrt{[\epsilon(Poisson)]^2 + [\epsilon(retta)]^2} \quad \text{mag} \quad (3)$$

(valore che sarà dato esplicitamente nel nuovo report di ANSPhotometry in una colonna dedicata). Anche una rapida scorsa a queste formule semplificate fa vedere immediatamente che il $T.E.B.$ migliora al

- crescere di Γ_{star} , ovvero quanto più è esposta la variabile
- crescere di N , ovvero al crescere del numero di stelle standard (tutte però ben esposte altrimenti cresce σ) impiegate nella definizione della retta
- decrescere di σ , ovvero la dispersione delle stelle standard rispetto alla retta di calibrazione (standard poco esposte si distribuiscono con un errore più grande attorno alla retta e fanno quindi crescere il valore di σ)
- decrescere di θ , specie se la variabile risultasse piuttosto debole sulla singola immagine da sommare ad altre uguali prima della riduzione (ogni lettura del CCD porta un errore di RON elettroni su ogni pixel. Fare θ letture comporta quindi aggiungere un errore di θ RON elettroni ad ogni pixel. Per non dare disturbo, questi θ RON elettroni devono essere un numero insignificante rispetto agli elettroni liberati dalla luce della stella).

Nelle Figure seguenti, separatamente per ciascuno dei 15 telescopi ANS che hanno contribuito più dati, sono mostrate le distribuzioni di $\epsilon(Poisson)$, $\epsilon(retta)$ e $T.E.B.$ sia per le bande che per i colori.

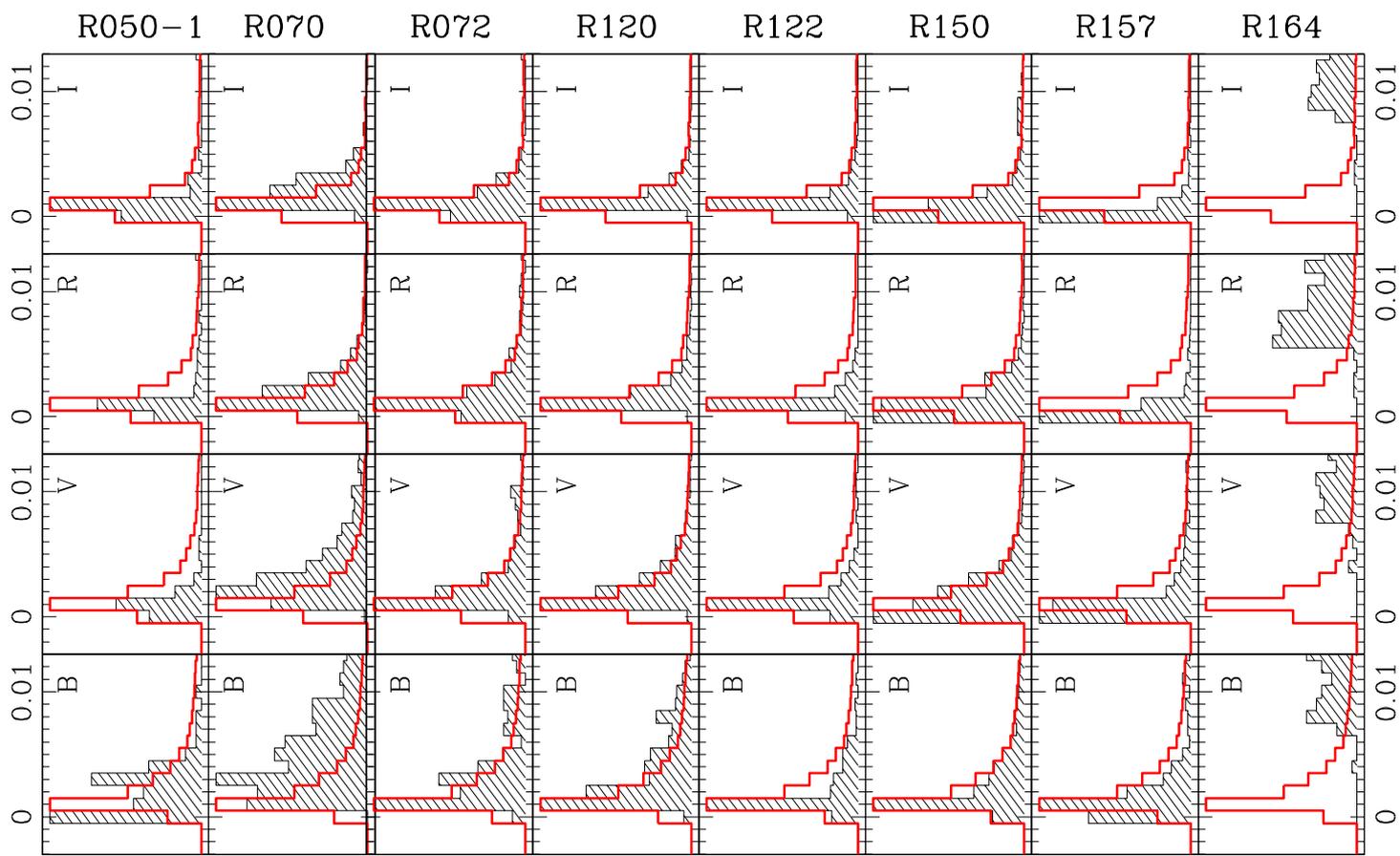
I vari riquadri si assomigliano tutti e seguono lo schema della seguente figura, che è quindi utile illustrare nel dettaglio.



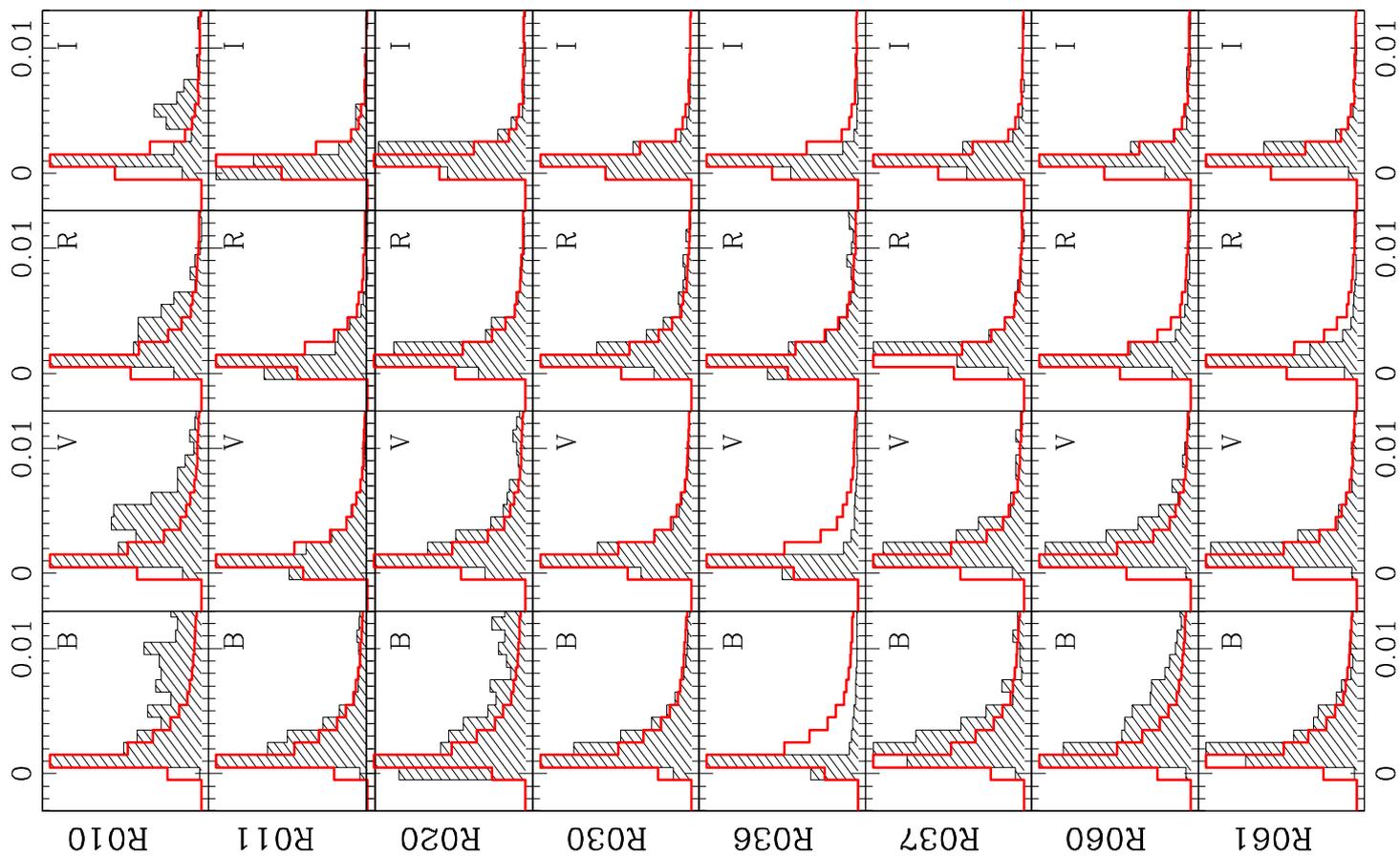
Per ciascuna banda e telescopio l'istogramma ombreggiato in grigio rappresenta la distribuzione dei valori registrati come presenti nel database ANS. La riga rossa rappresenta la distribuzione di tutti i dati ANS per quella banda (quindi mettendo insieme tutti i telescopi), quindi rappresenta la distribuzione di riferimento. Nel pannello di sinistra della figura, la distribuzione in grigio si colloca alla destra della distribuzione in rosso: i dati di quel telescopio e quella banda sono peggiori della media dei dati ANS. Conversamente, nel pannello di destra, la distribuzione grigia è spostata sulla sinistra dell'istogramma in rosso, quindi quel telescopio in quella banda (o colore) si comporta meglio della media dei dati ANS. La banda gialla rappresenta infine il limite di 0.012 nel *total error budget*: i dati che cadono nella zona gialla non saranno inseriti nel Data Dump 2012. Come si vede, nel pannello di sinistra circa la metà dei dati non raggiunge il goal di un total error budget ≤ 0.012 , mentre nel pannello di destra solo l'1.5% è in questa condizione. In ogni pannello, entrambe le distribuzioni rossa e grigia sono normalizzate al massimo. Se il picco della distribuzione in grigio è più basso di quella in rosso, vuol dire che il vero picco (posto nella figura ad una altezza uguale a quello della distribuzione di riferimento in rosso) cade *fuori* figura (come nel caso del pannello di sinistra nella figura qua sopra). Se invece i due picchi si eguagliano in altezza, il picco della distribuzione in grigio è quello vero e non ve ne sono altri al di fuori della figura visibile.

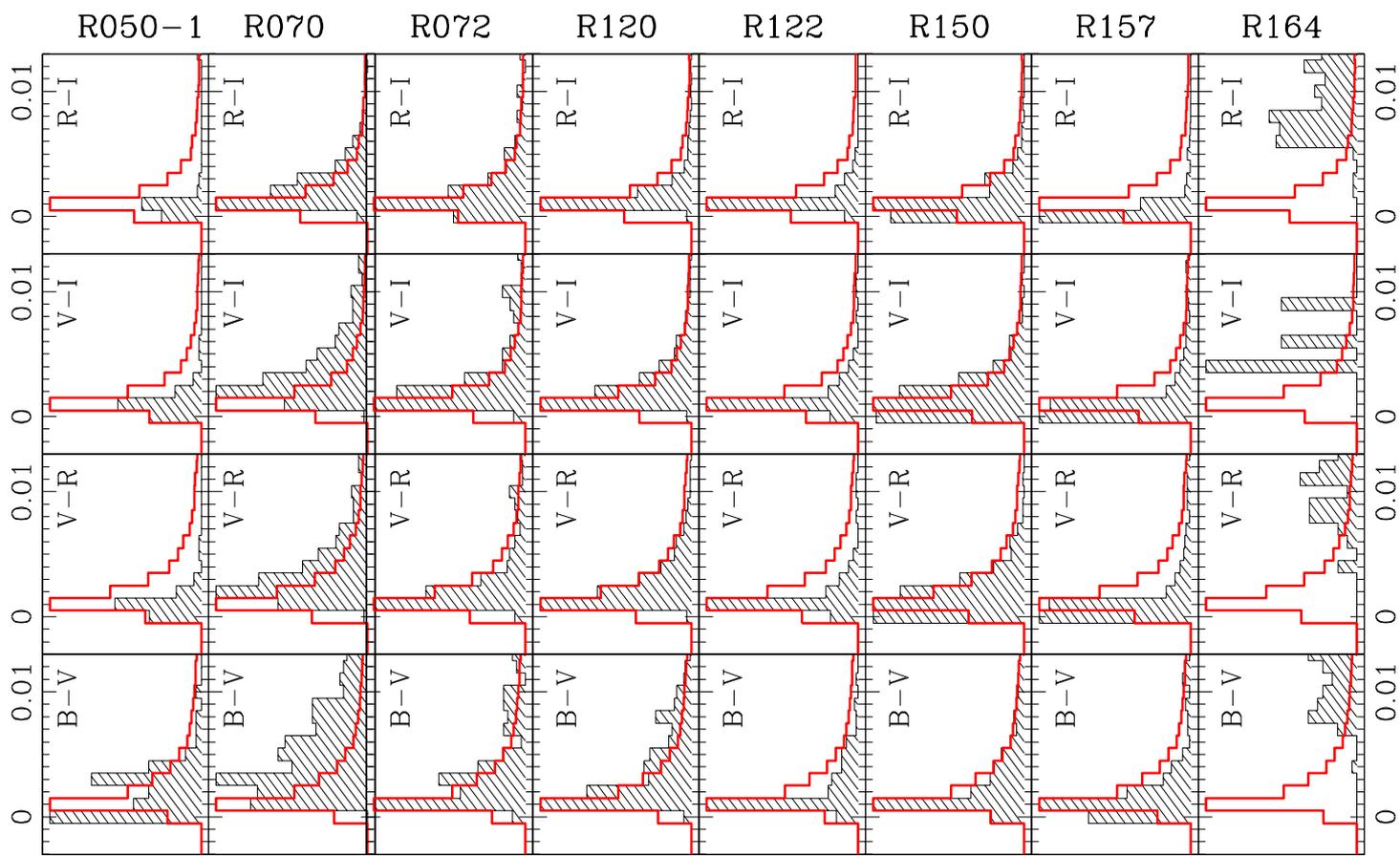
Le figure seguenti permettono per ogni banda e colore di ciascuno dei 15 telescopi che hanno contribuito sino ad ora più dati al database ANS di valutare separatamente tra loro se l'errore sulla variabile è buono, se l'errore sulla retta è buono, e se la combinazione dei due soddisfa al criterio ≤ 0.012 mag, posto per il Data Dump 2012.

Il goal del ≤ 0.012 mag non era stato posto quando le osservazioni 2005-2011 qui considerate sono state ottenute. È normale che molte non lo soddisfino! Il senso e l'uso di questo documento è solo quello di consentire a ciascuno di valutare nel dettaglio quando eventualmente migliorare le proprie osservazioni per cogliere l'obiettivo di avere i propri dati inseriti nel Data Dump 2012 (discusso nell'ANS Collaboration FAQ N-002).

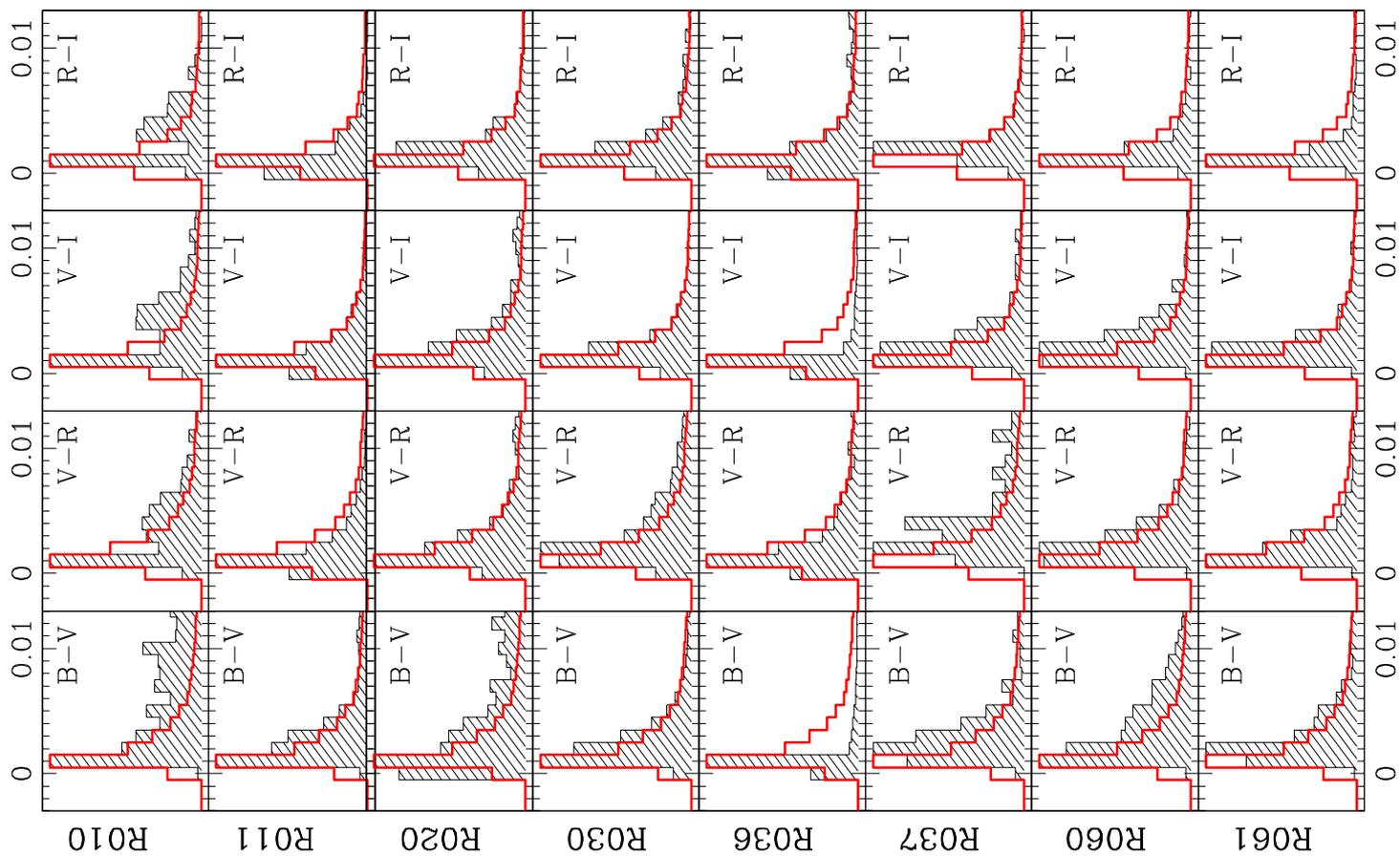


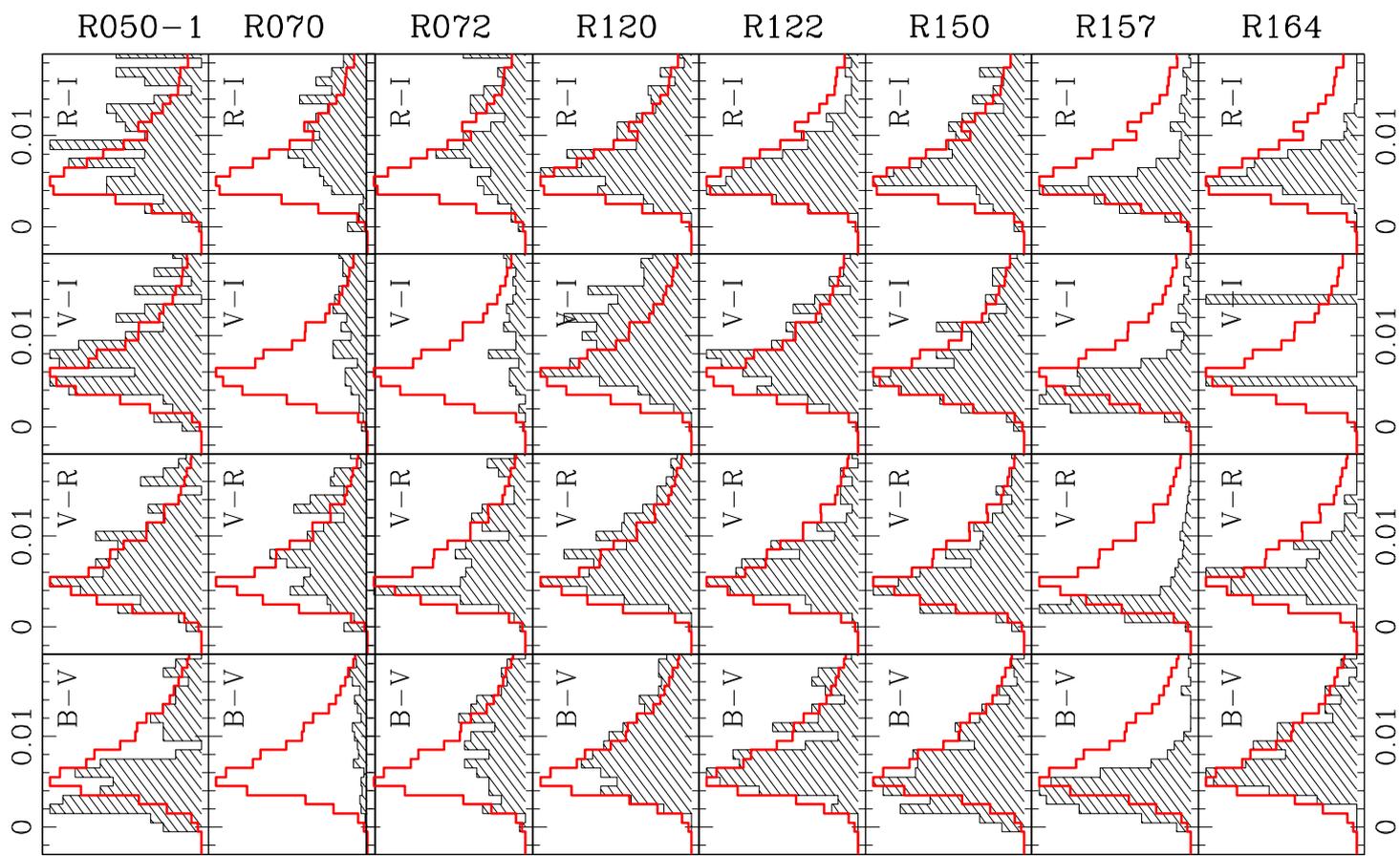
Poissonian noise





Poissonian noise





Error on transformation to standard system

